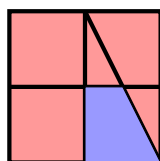


OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 04 - Data 27/03/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Na figura a seguir, temos um quadrado de lado medindo a , dividido em quatro quadrados menores congruentes, com lados medindo $\frac{a}{2}$, e um segmento ligando o ponto médio do lado superior ao vértice inferior direito do quadrado.



Que fração da área do quadrado está pintada de azul?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Ordenar em linha reta os 20 números naturais de 1 até 20 para que as 19 somas de dois números consecutivos seja um número primo.

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Seja S o subconjunto de números naturais de 1 a 1001, isto é $S = \{1, 2, 3, \dots, 1001\}$. Lisandro pensa num número K de S , e Carla tem de descobrir esse número com o procedimento a seguir. Ela mostra a Lisandro uma lista de subconjuntos de S , Lisandro lê e diz a Carla quantos subconjuntos da sua lista contenham o número K . Se Carla quer, pode-se repetir o procedimento com uma segunda lista e depois com uma terceira, mas não é permitido com mais do que 3 listas.

Qual é a menor quantidade total de subconjuntos que permite que Carla encontre efetivamente o número K ?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Diga, justificando, se existe um conjunto de infinito M de inteiros positivos tal que para quaisquer $a, b \in M$, com $a < b$, a soma $a + b$ é um **número inteiro livre de quadrado**?

(Um número inteiro positivo k é chamado **livre de quadrado** se nenhum quadrado perfeito maior que 1 divide k .)