

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

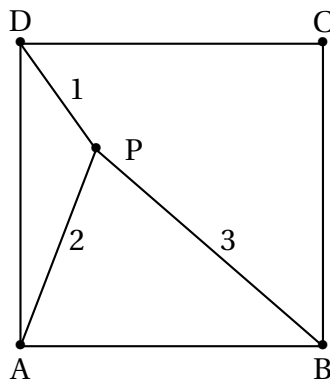
LISTA SEMANAL Nº 05 - Data 03/04/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Um servo desonesto tem um método para roubar vinho. Ele remove 3 taças de vinho de um barril e as substitui por 3 taças de água. No dia seguinte ele quer mais vinho, então ele faz a mesma coisa: ele remove 3 taças do mesmo barril (agora com vinho diluído) e as substitui por 3 taças de água. No terceiro dia ele repete isso mais uma vez, retirando no total, ao longo dos três dias, 9 taças de vinho que ele substituiu por 9 taças de água. Como resultado desse roubo, agora o barril possui 50% de vinho e 50% de água. Quantas taças de vinho estavam originalmente no barril?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Um ponto P , está localizado na região limitada por um quadrado de modo que as distâncias de P a três vértices consecutivos são: 1, 2 e 3 unidades, veja Figura a seguir.



Qual é a medida em graus do ângulo APD ?

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Três jogadores disputam o jogo "pedra-papel-tesoura". Em cada rodada, cada jogador simultaneamente mostra uma dessas formas. Pedra ganha da tesoura, tesoura ganha do papel, enquanto o papel ganha da pedra. Se em uma rodada exatamente duas formas distintas, são mostrados (e, portanto, uma delas é mostrada duas vezes), 1 ponto será adicionado à pontuação da jogador que mostrou a forma vencedora, caso contrário, nenhum ponto é adicionado. Depois de várias rodadas, cada forma tinha sido mostrada o mesmo número de vezes.

Provar que, neste momento, a soma total de pontos era um múltiplo de 3.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja M um subconjunto de $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$ tal que o produto de quaisquer três elementos distintos em M não seja um quadrado perfeito. Determine o número máximo de elementos de M .