

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 06 - Data 10/04/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Paulinho e Augusto participaram de uma corrida. Ao final da corrida, a quantidade de corredores que chegou antes de Paulinho foi igual a quantidade dos que chegaram depois dele. A quantidade dos corredores que chegaram antes de Augusto é igual ao triplo dos que chegaram depois dele. Além disso, houveram exatamente 10 participantes de ficaram entre Paulinho e Augusto, sem contar eles.

Determinar quantos corredores participaram da corrida.

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Existem 2012 lâmpadas dispostas sobre uma mesa. Duas pessoas, A e B , disputam o jogo seguinte em que fazem seus movimentos alternadamente. O jogador A começa. Um movimento consiste acionar o interruptor de uma lâmpada para acendê-la ou apagá-la, mas um jogador nunca deve produzir um arranjo das lâmpadas que já tenha aparecido sobre a mesa. Um jogador que não puder executar seu movimento perde o jogo.

Qual jogador tem uma estratégia vencedora?

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Se escrevemos em ordem crescente todos os inteiros positivos que são relativamente primos com 105, qual é o 1000-ésimo termo?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Sejam x e y números reais tais que

$$(x - 1)^3 + 2017(x - 1) = -1 \quad e \quad (y - 1)^3 + 2017(y - 1) = 1$$

Qual é o valor de $x + y$?