

# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 09 - Data 15/05/2017

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Tem-se um tabuleiro retangular  $2 \times 13$ . Em cada casa da linha inferior do tabuleiro há uma ficha e as fichas estão numeradas de 1 a 13, da menor para a maior, estando a linha superior vazia.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|--|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |  |

A operação permitida é mover uma ficha para uma casa adjacente (aquela que tem um lado em comum com a casa onde a ficha se encontra). O objetivo é que no final das várias operações permitidas as fichas estejam ordenadas da maior para a menor, do 13 ao 1, posicionadas na linha inferior do tabuleiro. Fazer isso com o número mínimo de operações permitidas. Justificar que o número encontrado é o mínimo.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Juliano encontrou os primeiros 100 números primos, elevou cada um deles a quarta potência e somou os resultados. Determine o último dígito (o das unidades) da soma do Juliano.

ESCLARECIMENTO: O número 1 **não** é primo.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Seja  $K = 2016^{2016}$  e seja  $S$  o conjunto dos inteiros consecutivos de 1 até  $K$ . De quantas maneiras distintas podemos retirar de  $S$  três números inteiros consecutivos para que a média dos restantes seja um número inteiro?

## PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Calcule

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} \cos x}{\frac{1}{n} + nx^2} dx$$