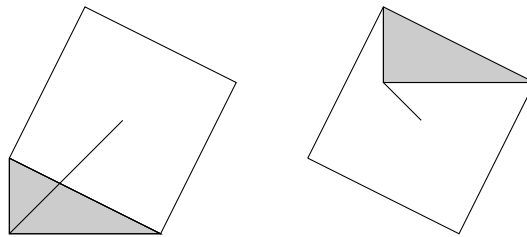


# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

SOLUÇÃO DA LISTA SEMANAL Nº 11 - Data 19/06/2017

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

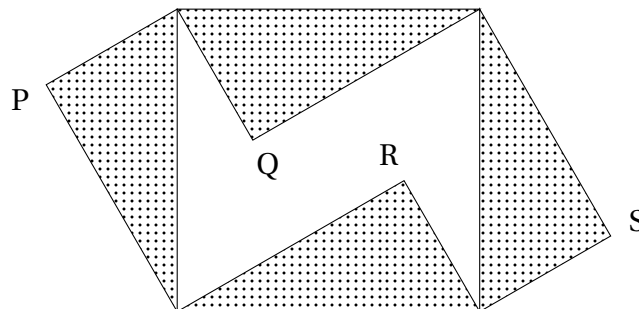
Dado um triângulo retângulo, para fora da região limitada pelo triângulo (ou incluindo a região limitada pelo triângulo retângulo) desenha-se um quadrado tendo como lado a hipotenusa deste triângulo retângulo, veja na figura a seguir os dois desenhos possíveis.



Mostrar que, nos dois desenhos possíveis, o segmento de reta traçado do vértice do ângulo reto do triângulo para o centro do quadrado faz um ângulo de  $45^\circ$  com os catetos do triângulo retângulo.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

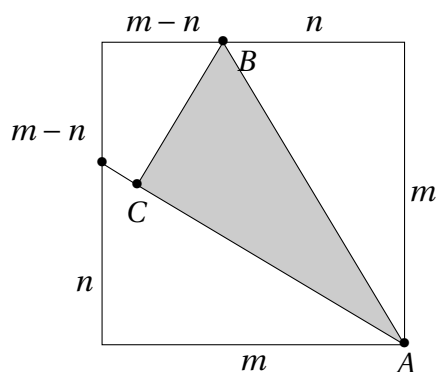
Dado um quadrado, desenha-se triângulos retângulos congruentes alternadamente para fora e para dentro da região limitada pelo quadrado, veja figura a seguir.



Mostre que os pontos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$  são colineares.

### PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Sejam  $m$  e  $n$  números inteiros positivos com  $m > n$ . Desenhe-se um triângulo retângulo num quadrado  $m \times m$ , veja figura a seguir.



Mostre que os comprimentos dos lados do triângulo retângulo são números na seguinte proporção:

$$(m^2 - n^2) : 2mn : (m^2 + n^2).$$

### PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função periódica. Mostre que se  $f(x)$  possui um limite finito quando  $x$  tende a  $+\infty$ , então  $f$  é constante.