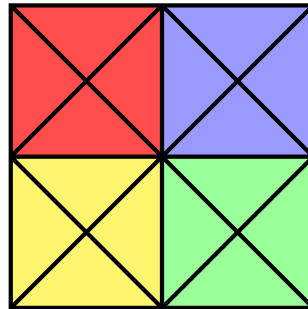


# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 12 - Data 24/07/2017

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Quantos triângulos existem na figura a seguir?



## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Dizemos que um número natural é **aceitável** se ele possui no máximo 9 divisores primos distintos. Temos uma pilha de pedras contendo  $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 99 \cdot 100$  pedras. Um movimento permitido é remover  $k$  pedras da pilha, onde  $k$  é um número aceitável. Dois jogadores, Lucas e Nicolas, disputam um jogo com a pilha de pedras, fazem movimentos permitidos. Eles jogam alternadamente e Lucas começa o jogo. Quem remover a última pedra, vence. Decidir qual dos jogadores tem uma estratégia vencedora e descrever essa estratégia.

**Observação:**  $100!$  é a notação para designar o produto de todos os números naturais de 1 até 100.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Existem 100 pessoas na fila para embarcar num avião com 100 assentos. A primeira pessoa da fila perdeu o seu cartão de embarque. Ela então entra no avião e senta num assento escolhido por ela aleatoriamente. Cada um dos passageiros que vai entrando no avião verifica se seu assento está disponível, caso contrário, senta aleatoriamente num assento desocupado. Qual é a probabilidade do último passageiro sentar no seu assento correto?

## PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Escrevem-se os números  $1, 2, 3, \dots, 63, 64$  nas casas de um tabuleiro  $8 \times 8$ , um número por casa. Considere todos os quadrados de dimensões  $2 \times 2$  do tabuleiro. Prove que existem no mínimo três desses quadrados para os quais a soma dos números neles escritos é maior do que 100.