OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 15 - Data 14/08/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

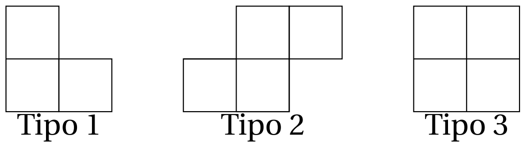
Entrega-se para um homem cego um baralho com 52 cartas distintas e diz-se a ele que exatamente 10 destas cartas estão voltada para cima. Como ele pode dividir as cartas em duas pilhas, não necessariamente do mesmo tamanho, tendo cada pilha o mesmo número de cartas voltados para cima?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Seja K o número que se obtém multiplicando todos os números inteiros positivos ímpares de 1 até 2017 inclusive. Encontrar o maior o maior número inteiro positivo n para o qual 7^n divide K.

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

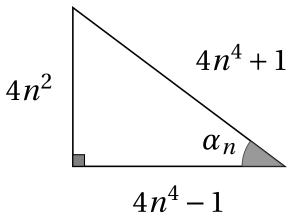
Deseja-se assolhar uma sala de dimensões 99×99 usando três tipos de porcelanato, cada um deles formados a partir de peças de dimensões 1×1, veja figura a seguir.



Mostre que, dentre todas as maneiras de se implantar o assoalho usando todos os três tipos de peças acima, tem de ser usado no mínimo 199 peças do Tipo 1.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja T_n o triângulo retângulo com lados de comprimentos $4n^2$, $4n^4-1$, $4n^4+1$, onde n é um número inteiro positivo e α_n é a medida do ângulo oposto ao lado de comprimento $4n^2$, veja figura a seguir.



Prove que, quando n percorre os números inteiros positivos, a soma das medidas de todos os ângulos α_n é igual a $\frac{\pi}{2}$, isto é,

$$S = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_n + \ldots = \frac{\pi}{2}.$$