

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 16 - Data 21/08/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

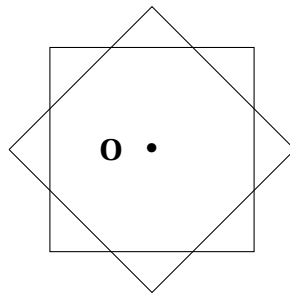
Escrevem-se nos vértices de um triângulo os números 0, 1 e 2, um número por cada vértice. Um movimento permitido é somar m a dois dos três números ou diminuir n do número escrito em um dos vértices.

(i) Se $m = 3$ e $n = 6$, é possível que, depois de um número finito de movimentos, se obtenha nos vértices do triângulo os números 1, 2 e 3, numa ordem qualquer?

(ii) E se $m = 4\frac{1}{2}$ e $n = 6$?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Seja Φ a união de dois quadrados de lados com comprimento a e mesmo centro O , veja figura a seguir.



Seja $S(\Phi)$ a área e $P(\Phi)$ o perímetro de Φ .

Encontre todos os valores possíveis para a razão $\frac{S(\Phi)}{P(\Phi)}$

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Num quadro negro desenha-se 2 segmentos de comprimento dois, 3 segmentos de comprimento três e 6 segmentos de comprimento seis. Um movimento permitido é apagar dois dos segmentos e desenhar um novo segmento cujo comprimento seja igual ao comprimento da altura (baixada do vértice do ângulo reto) do triângulo retângulo formado a partir dos dois segmentos apagados. Estes movimentos são repetidos até que reste um único segmento no quadro negro.

(i) Prove que o comprimento do segmento final não depende da ordem na qual são apagados os segmentos escolhidos em cada movimento.

(ii) Encontre o comprimento do segmento final.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Encontre todas as quádruplas de números inteiros positivos (a, b, p, n) para as quais

$$a^3 + b^3 = p^n \quad (*)$$