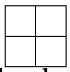
OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

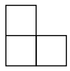
LISTA SEMANAL Nº 17 - Data 28/08/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Cobrir um tabuleiro 13×13 com peças em forma de quadrados 2×2 e peças em formas de L, formadas a partir de três quadrados unitários, de modo que a **quantidade de peças** em forma em L seja **a menor possível**.



Quadrado 2×2



Forma em L

Justificar por que não se pode usar uma quantidade menor de formas em L do que a sua resposta.
OBSERVAÇÃO: Cada quadrado 2×2 cobre perfeitamente 4 casas do tabuleiro. Cada forma em L cobre perfeitamente 3 casas do tabuleiro. As formas en L podem ser giradas. O recobrimento do tabuleiro por estas peças não pode ter buracos nem superposições de peças e nem sair do tabuleiro.

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Num conjunto de 61 moedas de aparências semelhantes, 2 delas são falsas e as restantes verdadeiras. Todas as moedas verdadeiras tem o mesmo peso, enquanto as 2 moedas falsa tem o mesmo peso mas, seus pesos são distintos dos pesos das moedas verdadeiras.
Usando uma balança de dois pratos, como determinar se as moedas falsas são mais leves ou mais pesadas do que as moedas verdadeiras fazendo exatamente 3 pesagens?

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Existem 9 montes de caroços de feijão (um monte pode ter somente um caroço). O número de caroços de feijão nos montes são distintos. É permitido remover qualquer monte desde que os caroços sejam distribuídos nos montes restantes, de modo tal que esses montes passem a ter o mesmo número de caroços. Além disso, é permitido remover dois montes desde que os caroços sejam distribuídos nos montes restantes, de modo tal que esses montes passem a ter o mesmo número de caroços.
Qual é o menor número possível de caroços de feijão no maior dos montes?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Escolhe-se arbitrariamente um ponto O do plano e desenha-se uma quantidade par de vetores unitário com ponto inicial em O. Pinta-se os vetores alternadamente de vermelho e azul. Seja r a soma de todos os vetores vermelhos e b a soma de todos os vetores azuis. Mostre que $|r - b| \leq 2$.