

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 18 - Data 28/08/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Depois de vender seu último pêssego por R\$2,30, um comerciante calculou que o preço médio de seus pêssegos era R\$ 2,45. No entanto, um comprador devolveu um pêssego porque tinha um buraco de minhoca. O comprador concordou em pagar apenas R\$1,58 por este pêssego. O comerciante recalculou a média dos preços, que tornou-se R\$2,42. Quantos pêssegos o comerciante vendeu?

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

No final de um torneio de xadrez, cada participante ganhou o mesmo número de jogos disputando com as peças brancas que todos os outros os quais jogavam com as peças pretas.

Provar que todos os participantes venceram a mesma quantidade de jogos.

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Num país distante, o rei ordenou aos seus súditos que preparassem um grande banquete para celebrar o casamento de sua filha. Ele convidou toda a aristocracia dos reinos vizinhos e separou 1000 barris de vinho de sua adega para servir aos convidados. Infelizmente, um bando de terroristas preparou um plano para envenenar o vinho. Uma semana antes do banquete, eles entraram na adega e conseguiram envenenar um dos 1000 barris antes de serem capturados. Somente poucas dezenas de terroristas foram capturados vivos, mas na confusão, ninguém se lembrava qual foi o barril envenenado. Não há mais tempo suficiente para encomendar a mesma quantidade de barris que o rei queria oferecer aos seus convidados. Para preservar o seu prestígio, o rei pede o carcereiro real para usar os prisioneiros para identificar o barril envenenado no prazo de uma semana. Sabe-se que um único gole do vinho envenenado é suficiente para matar. No entanto, os efeitos do veneno mostram-se apenas em uma semana, embora seja impossível prever quando durante a semana, ele vai morrer. A festa é daqui a uma semana. Qual é o menor número de prisioneiros que o carcereiro deve empregar para identificar o barril envenenado?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja $Q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$ um polinômio com coeficientes inteiros, com $0 \leq a_i < 3$, para todo $i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$.

Dado que $Q(\sqrt{3}) = 20 + 17\sqrt{3}$, calcule $Q(2)$.