

# OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 19 - Data 04/09/2017

## PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Temos uma fila com 100 crianças, todas de alturas distintas. Em cada passo pode-se escolher um grupo de 50 crianças e reordená-las como se queira.

Mostre que, depois de 6 de tais passos, é possível ordenar as 100 crianças de modo que suas alturas sejam decrescentes da esquerda para direita.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Atrás de algumas casas de um tabuleiro  $5 \times 5$  encontram-se escondidas bombas, sendo que cada uma dessas casas tem escondida no máximo uma bomba. Na figura a seguir, as casas onde estão escritos números não tem bombas, e os números nelas escritos indicam quantas das casas adjacentes (vertical, horizontal ou diagonalmente) possuem uma bomba escondida.

		1		
	1		2	
		3		
	4		4	
		1		

Determine a quantidade total de bombas em todo o tabuleiro.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Dois ladrões entram numa joalheria e roubam  $2n$  rubís e  $2n$  safiras. Em casa, eles colocam em fila o produto do roubo e querem dividi-lo de maneira que cada um fiquem com  $n$  rubís e  $n$  safiras.

Prove que, não importa como distribuíram o produto do roubo em fila, eles sempre podem dividir em partes iguais fazendo no máximo dois cortes consecutivos na fila.

## PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Sejam  $A, B$  duas matrizes pertencentes ao conjunto  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  tais que  $A \cdot B = B \cdot A$ . Prove que  $\det(A^2 + B^2) \geq 0$ .