

OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 20 - Data 18/09/2017

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Anita quer cobrir um tabuleiro 13×13 com várias tiras de papel de dimensões 2×6 , de tal modo que nenhuma casa do tabuleiro pode ficar sem ser coberta.

Quantas tiras no mínimo deve usar Anita?

Observação: As tiras podem se sobrepor e girar. Cada tira deve cobrir exatamente 12 casas do tabuleiro.

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Freddy escreveu em cada casa de um tabuleiro 10×10 um número inteiro de 1 a 10 inclusive, de modo que os números de casas adjacentes (aquelas que possuem um lado ou um vértice em comum) sejam relativamente primos.

Demonstrar que existe um número que se repete pelo menos 17 vezes.

OBSERVAÇÃO: Dois números são relativamente primos se o Máximo Divisor Comum entre eles é 1.

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

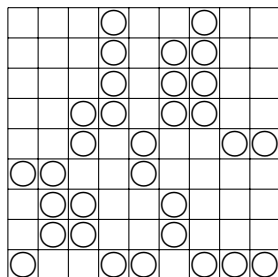
Encontre o maior número real positivo k para o qual qualquer terno de números reais positivos a, b, c , satisfazendo

$$kabc > a^3 + b^3 + c^3,$$

existe um triângulo com lados medindo a, b, c , respectivamente.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Um tabuleiro 9×9 é preenchido com 81 fichas, uma por cada casa. Cada ficha tem uma face verde e outra amarelo. Inicialmente, todas as fichas têm suas faces verdes voltadas para cima, exceto as fichas colocadas nas 31 casas marcadas com círculos na figura a seguir.



Um movimento permitido é desvirar um bloco de fichas adjacentes somente vertical ou horizontalmente, desde que pelo menos uma das fichas das extremidades do bloco esteja na borda do tabuleiro.

Determine a menor sequência de movimentos que nos permita obter todas as fichas com suas faces verdes para cima.