

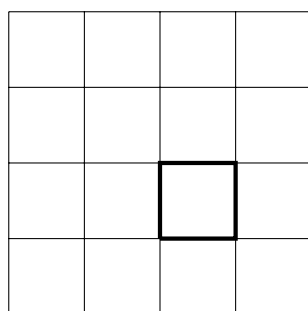
OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 03 - DATA 19/03/2018

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Um professor distribui uma folha de papel quadriculado com o desenho de um quadrado e desafia cada estudante a desenhar, usando somente um lápis e uma régua sem marcação, um quadrado que tenha:

- (a) o dobro da área do quadrado dado. (b) o quádruplo da área do quadrado dado.



Diga, justificando, se os estudantes conseguirão realizar a tarefa.

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Diga, justificando, se é possível escrever numa folha de papel mais do que 50 números naturais com dois dígitos sem que haja dois deles cuja soma seja igual a 100.

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Um número inteiro positivo n é chamado de *fantasiado* se ele pode ser escrito na forma

$$n = 2^{a_1} + 2^{a_2} + \dots + 2^{a_{100}},$$

onde a_1, a_2, \dots, a_{100} são números inteiros não negativos que não são necessariamente distintos.

Encontre o menor número inteiro positivo n para o qual nenhum múltiplo de n é um número *fantasiado*.

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Dois números inteiros distintos, m e n , possuem os mesmos primos nas respectivas decomposições em fatores primos. Sabe-se que os números $m+1$ e $n+1$ possuem a mesma propriedade. A quantidade de pares (m, n) com esta propriedade é finita ou infinita?