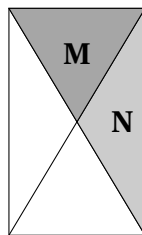


OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

LISTA SEMANAL Nº 08 - DATA 23/04/2018

PROBLEMA PARA O NÍVEL I

Traçando as duas diagonais, divide-se a região limitada por um retângulo em quatro regiões triangulares, veja figura a seguir. Sejam M e N as áreas de duas destas regiões.



Encontre a razão $\frac{M}{N}$.

PROBLEMA PARA O NÍVEL II

Seja K o menor número inteiro positivo cuja soma de seus dígitos é igual a 2018. Qual é o primeiro dígito (contado da esquerda para direita) do número $K + 1$?

PROBLEMA PARA O NÍVEL III

Muitas vezes, por horas a fio, Pedro e Carlos disputam um jogo em que usam os dedos de uma mão. Uma jogada consiste em mostrar simultaneamente uma mão com 1, 2, 3, 4 ou 5 dedos estendidos. Se o total de dedos estendidos por ambos os jogadores é um número primo, Pedro ganha um real. Se o total é um número composto, Carlos ganha um real.

(1) A longo prazo, quem é o provável vencedor, Pedro ou Carlos?

(2) Suponha que você e eu disputamos o mesmo jogo, mas estabelecendo uma regra diferente, a quantidade de reais pagas ao vencedor em cada turno, não sendo um real, mas a quantidade de reais correspondendo ao total de dedos estendidos por ambos os jogadores. De que lado você prefere: a do jogador que ganha se o total de dedos estendidos for um número primo, ou daquele que ganha se o total de dedos estendidos for um número composto?

(Claro que você deve assumir que Pedro, Carlos, você e eu somos todas pessoas sensatas e inteligentes).

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

Seja $\{a_n\}$ a sequência com $a_0 = 1$, e para todo $n \in \mathbb{N}$, com $n > 0$, $a_n = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} a_i$.

Calcule o maior valor de n para o qual $a_n < 2018$.