



XXIX OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE - 20/10/2018

SEGUNDA ETAPA - PROVA DO NÍVEL III

PROBLEMA 1

Dizemos que um número inteiro positivo é *irregular* se ele não é múltiplo de qualquer um de seus dígitos. Por exemplo, 394 é um número *irregular* porque não é múltiplo de 3, não é múltiplo de 9 e não é múltiplo de 4. Considere um conjunto formado por n números inteiros positivos consecutivos.

Se todos os números desse conjunto são *irregulares*, determine o maior valor possível para n .

PROBLEMA 2

Dados quaisquer seis pontos sobre um círculo, demonstrar que sempre podemos encontrar dois deles cuja distância seja menor ou igual ao raio do círculo.

Diga, justificando, se o resultado vale para o caso de somente cinco pontos.

PROBLEMA 3

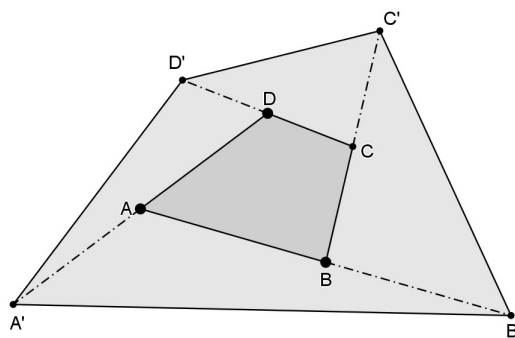
Sejam a , b e c as raízes da equação $3x^3 - 13x^2 + 14x - 2 = 0$.

a) Prove que a , b e c são números reais positivos.

b) Calcule o valor da expressão $\arctan(a) + \arctan(b) + \arctan(c)$.

PROBLEMA 4

Dado um quadrilátero convexo $ABCD$, considere um outro quadrilátero $A'B'C'D'$ tal que A é o ponto médio de $A'D'$, B é o ponto médio de AB' , C é o ponto médio de BC' e D é o ponto médio de CD' .



Se o símbolo $()$ representa a medida da área de uma figura plana, mostre que:

$$(A'B'C'D') = 5.(ABCD).$$