



Olimpíada de Matemática do Estado do Rio Grande do Norte - 2020

LISTA DE PROBLEMAS 02

PROBLEMA PARA O NÍVEL 1

Uma caixa contém 28 bolas vermelhas, 20 bolas verdes, 19 bolas amarelas, 13 bolas azuis, 11 bolas brancas e 9 bolas pretas.

Qual é o número mínimo de bolas que devem ser retiradas da caixa, sem reposição, para garantir que pelo menos 15 bolas de uma única cor serão retiradas?

PROBLEMA PARA O NÍVEL 2

Você tem 11 cartas numeradas de 1 a 11. Determinar todas as formas de distribuir as cartas em 3 pilhas de tal forma que a soma dos números das cartas de cada pilha seja 22 e que nenhuma das pilhas possui duas cartas, uma das quais é numerada com um número primo e a outra seja numerada com um número múltiplo desse primo (por exemplo, a carta numerada com o 10 não pode estar no mesmo monte que a carta numerada com o 5).

PROBLEMA PARA O NÍVEL 3

Cinquenta pontos são escolhidos dentro da região limitada por um polígono convexo com 80 lados, de tal forma que nenhum terno dos 50 pontos esteja na mesma linha reta. O polígono é cortado em triângulos de tal forma que os vértices dos triângulos são apenas os cinquenta pontos e os oitenta vértices do polígono.

Quantos triângulos existem?

PROBLEMA PARA O NÍVEL UNIVERSITÁRIO

A sequência de números reais a_0, a_1, a_2, \dots é definida recursivamente por:

$$a_0 = -1, \quad \sum_{k=0}^n \frac{a_{n-k}}{k+1} = 0, \quad \text{para } n \geq 1.$$

Mostre que: $a_n > 0$, para $n \geq 1$.