



## XXXI OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO NORTE 2020 - FASE ÚNICA - PROVA DO NÍVEL II

PARA CADA QUESTÃO, ASSINALE **UMA** ALTERNATIVA COMO A RESPOSTA CORRETA

1. Uma formiga está no vértice A de um pentágono ABCDE (polígono com 5 vértices) e faz um movimento em direção a B seguindo o lado do pentágono. Após um segundo movimento, vai da mesma maneira para C. Depois de 5 movimentos, mantendo o caminho sobre o lado, voltará para A. Depois de **2020** movimentos análogos aos anteriores, em qual vértice a formiga estará?

- (a) **A** ✓
- (b) B
- (c) C
- (d) D
- (e) E

2. A média aritmética de uma lista de números é a soma deles dividida pela quantidade de elementos da lista. Por exemplo, a média aritmética da lista 3, 3, 4, 5 e 10 é

$$\frac{3 + 3 + 4 + 5 + 10}{5} = 5$$

A média aritmética de 5 inteiros positivos distintos é igual a 11. Qual é o maior valor possível de um número dessa lista?

- (a) 36
- (b) 40
- (c) 42

- (d) 45✓  
(e) 50
3. Três cachorros precisam de 7 horas para cavarem nove buracos. Cinco passarinhos gastam 40 minutos para construírem dois ninhos. Mantendo-se essas taxas, quantos minutos a mais um cachorro leva para cavar um buraco do que um passarinho leva para construir um ninho?
- (a) 40 minutos ✓  
(b) 45 minutos  
(c) 48 minutos  
(d) 36 minutos  
(e) 50 minutos
4. Em uma mesa circular estão sentadas 5 pessoas: Arnaldo, Bernaldo, Cernaldo, Dernaldo e Erinaldo, cada um em uma cadeira. Analisando no sentido horário, temos:
- (a) Entre Arnaldo e Bernaldo existe 1 cadeira vazia;  
(b) Entre Bernaldo e Cernaldo são 5 cadeiras;  
(c) . Entre Dernaldo e Erinaldo são 4 cadeiras, quase todas vazias;  
(d) . Entre Dernaldo e Cernaldo são 2 cadeiras;  
(e) Entre Erinaldo e Bernaldo são 3 cadeiras, nem todas vazias.
- Quantas cadeiras possuem ao redor da mesa?
- (a) 8  
(b) 12✓  
(c) 16  
(d) 24  
(e) 32
5. Bronquinha consegue cortar a grama de seu quintal em 3 horas, mas se ele tomar suco de frutas Gummy, ele corta em 2 horas. Em determinado dia, Bronquinha começou a cortar a grama às 10 horas e, em certo momento, tomou o suco de frutas Gummy, terminando de cortar a grama às 12 horas e 30 minutos. Que horas Bronquinha tomou o suco de frutas Gummy?

- (a) 10 horas e 30 minutos
- (b) 11 horas e 30 minutos ✓
- (c) 11 horas e 45 minutos
- (d) 12 horas
- (e) 12 horas e 15 minutos

6. Dois inteiros positivos  $x$  e  $y$  são tais que:

$$\frac{2010}{2011} < \frac{x}{y} < \frac{2011}{2012}$$

Encontre o menor valor possível para a soma  $x + y$ .

- (a) 6044
  - (b) 7044
  - (c) 8044 ✓
  - (d) 9044
  - (e) 10044
7. Seja  $m = 999\dots99$  o número formado por 77 dígitos iguais a 9 e seja  $n = 777\dots77$  o número formado por 99 dígitos iguais a 7. Qual o número de dígitos de  $m.n$ ?
- (a) 176 ✓
  - (b) 188
  - (c) 192
  - (d) 221
  - (e) 224
8. Os três inteiros positivos  $a$ ,  $b$  e  $c$  satisfazem

$$4^a \cdot 5^b \cdot 6^c = 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$$

Determine o valor de  $a + b + c$ .

- (a) 28
- (b) 32
- (c) 36 ✓
- (d) 42
- (e) 48

9. O tanque de Júlia , com capacidade de **60** litros, contém uma mistura de **20%** de álcool e **80%** de gasolina ocupando metade de sua capacidade. Júlia pediu par colocar álcool no tanque até que a mistura ficasse com quantidades iguais de álcool e gasolina. Quantos litros de álcool devem ser colocados?

- (a) **10**
- (b) **12**
- (c) **14**
- (d) **16**
- (e) **18**✓

10. O valor da expressão

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{1 + 2019\sqrt{1 + 2020\sqrt{1 + 2021\sqrt{1 + 2022 \cdot 2024}}}}}}}}$$

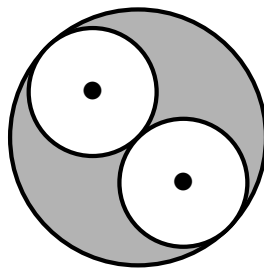
é:

- (a) **2023**
- (b) **2022**
- (c) **2021**
- (d) **2020**✓
- (e) **2019**

11. A quantidade de números inteiros positivos menores do que **100** que deixam resto **2** quando dividido por **13** é:

- (a) **6**
- (b) **7**
- (c) **8**✓
- (d) **9**
- (e) **10**

12. Na figura a seguir, dois pequenos círculos de raio  $1$  são tangentes um ao outro e a um círculo maior de raio  $2$ .



Sendo  $S$  a medida da área da região sombreada, podemos afirmar que  $\frac{S}{\pi}$  é igual a:

- (a)  $1$
  - (b)  $2\checkmark$
  - (c)  $3$
  - (d)  $\frac{3}{2}$
  - (e)  $4$
13. Se a escada rolante for parada, Sofia sobe em  $30$  segundos. Se a escada rolante está funcionando, uma pessoa que não se move sobe em  $60$  segundos.
- Se a escada funciona e Sofia também anda, o tempo que ela leva para subir é:
- (a)  $10$  segundos
  - (b)  $20$  segundos  $\checkmark$
  - (c)  $30$  segundos
  - (d)  $40$  segundos
  - (e)  $45$  segundos
14. Três estudantes sentados em volta de uma mesa participam da seguinte brincadeira. O professor fala em voz alta o número  $13$  e o primeiro estudante soma  $1$  e fala em voz alta  $14$ , o segundo soma  $2$  a esse número e fala em voz alta  $16$ , o terceiro estudante soma  $3$  e diz  $19$ , como agora é a vez do primeiro estudante, este soma  $1$  e diz em voz alta  $20$ , e assim por diante. Ouve-se Murilo falar em voz alta o número  $61$ , Matias falar  $40$  e Melissa  $602$ .

Dentre os estudantes, quem falou **2020** foi (foram):

- (a) Murilo
- (b) Matias ✓
- (c) Melissa
- (d) Murilo e Melissa
- (e) Murilo e Matias

15. O dentista proibiu Sofia de comer mais de **10** doces por dia, mas também, se ela come mais de **7** doces, então nos próximos dois dias ela não pode comer mais de **5** doces por dia.

O maior número de doces que Sofia pode comer por **25** dias seguidos obedecendo às instruções do dentista é:

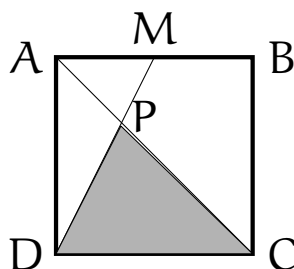
- (a) **178**
- (b) **135**
- (c) **168**
- (d) **170**✓
- (e) **175**

16. Um conjunto com **13** números inteiros consecutivos tem a propriedade de que a soma dos **7** menores é igual à soma dos **6** maiores.

O maior número inteiro do conjunto é:

- (a) **14**
- (b) **24**
- (c) **34**
- (d) **48**✓
- (e) **42**

17. Na figura a seguir, temos um quadrado **ABCD** e **M** é o ponto médio do lado **AB**.



A fração da área do quadrado correspondente a parte hachurada é:

- (a)  $\frac{1}{2}$
- (b)  $\frac{1}{3}$  ✓
- (c)  $\frac{2}{3}$
- (d)  $\frac{3}{4}$
- (e)  $\frac{1}{4}$

18. Em um recipiente existem 6 litros de uma mistura homogênea de dois líquidos (alfa e beta) na razão de 7 : 2, enquanto que em outro recipiente existem 9 litros de outra mistura com os mesmos dois líquidos (alfa e beta), só que neste a razão é 4 : 7. Misturando os líquidos dos dois recipientes, qual será a nova razão?

- (a)  $\frac{262}{233}$  ✓
- (b)  $\frac{231}{233}$
- (c)  $\frac{221}{233}$
- (d)  $\frac{211}{233}$
- (e)  $\frac{201}{233}$

19. Um fator entre 1000 e 5000 do número  $2^{33} - 2^{19} - 2^{17} - 1$  é:

- (a) 1983 ✓
- (b) 1993
- (c) 2003
- (d) 2023
- (e) 2013

20. Um número de 4 dígitos tem resto 13 quando dividido por 16 e resto 122 quando dividido por 125. Então o menor número K de 4 dígitos que satisfaz as condições do problema está no intervalo:

- (a)  $1876 < K < 1911$
- (b)  $1960 < K < 1980$
- (c)  $1990 < K < 2000$  ✓
- (d)  $1940 < K < 1990$
- (e)  $1934 < K < 1975$